ЗАТВЕРДЖЕНО

Науково-методичною радою
Державного університету
«Житомирська політехніка»

протокол від __ _____ 20__ р.
№__

МЕТОДИЧНІ РЕКОМЕНДАЦІЇ

до виконання

лабораторної роботи №4

«ТРАНСПОРТНА ЗАДАЧА»

з дисциплін

«ЕКОНОМІКО-МАТЕМАТИЧНІ МЕТОДИ І МОДЕЛІ» та

«МАТЕМАТИЧНІ МЕТОДИ АНАЛІЗУ ЕКОНОМІКИ»

для здобувачів вищої освіти освітнього ступеня «бакалавр»
спеціальностей 051 «Економіка», 071 «Облік і оподаткування»
та 292 «Міжнародні економічні відносини»
факультет бізнесу та сфери обслуговування
кафедра цифрової економіки та міжнародних економічних відносин

Рекомендовано на засіданні кафедри цифрової економіки та міжнародних економічних відносин
___ _____ 2021 р.,
протокол № ___

Розробник: к.е.н., доцент кафедри цифрової економіки та міжнародних економічних відносин, ОВАНДЕР Наталія

Житомир
2021

1. ЗАВДАННЯ ДО ЛАБОРАТОРНОЇ РОБОТИ №4

1) Опрацювати лекцію Тема 4. Транспортна задача.

2) Обрати умову в файлі "Лабораторна робота №4. Методичні вказівки до виконання" згідно Порядок визначення варіанту лабораторної роботи № 4. Перевірити задачу на відкритість. Визначити тип задачі за цією ознакою. Якщо задача буде відкритого типу – привести її до закритого згідно алгоритму.

3) Формалізувати задачу. Побудувати початковий опорний план двома методами: північно-західного кута та найменшої вартості. Для виконання завдання використати файл Початкові опорні плани для Лаб роб 4; Відео курс "Знаходження опорного плану: метод північно-західного кута" та Відео курс "Знаходження опорного плану: метод мінімального елементу".

4) Розв’язати задачу методом потенціалів за допомогою он-лайн калькулятора «Розв'язання ТЗ методом потенціалів». Зробити прінт-скрін виконаного завдання.

Всі завдання робити в Word-документі. Файлу надати ім’я: ТЗ_група_Призвіще_Ініціали. Наприклад: ТЗ_ЕК-5_Прохорчук_ІВ.docx.

5) Розв’язати запропоновану задачу за допомогою надбудови Microsoft Excel Розв’язувач (Solver, Поиск решения) використовуючи «Лабораторна робота №4. Методичні вказівки до виконання».

Файлу надати ім’я: Лаб_роб_4_група_Призвіще_Ініціали. Наприклад: Лаб_роб_4_ЕК-5_Прохорчук_ІВ.xlsx. Завантажити Excel-файл з виконаними завданнями.

6) Написати висновки – економічну інтерпретацію отриманого розв’язку за наведеним прикладом у Word файлі. Файлу надати ім’я: Висновки-Лаб-роб-4_група_Призвіще_Ініціали. Наприклад: Висновки-Лаб-роб-4_ЕК-5_Прохорчук_ІВ.docx.

УМОВА

Розв'язати транспортне завдання: скласти оптимальний план перевезень однорідного вантажу від постачальників до споживачів, за якого сумарні транспортні витрати були б мінімальними. Вартість перевезення одиниці вантажу, потреби та наявність вантажу задана таблицею 1.

Таблиця 1

Вартість перевезення одиниці вантажу, потреби та наявність вантажу

Постачальники (A_i)	Споживачі (B_j)					Запаси вантажу
	B_1	B_2	B_3	B_4	B_5	
A_1	c_{11}=	c_{12}=	c_{13}=	c_{14}=	c_{15}=	a_1=
A_2	c_{21}=	c_{22}=	c_{23}=	c_{24}=	c_{25}=	a_2=
A_3	c_{31}=	c_{32}=	c_{33}=	c_{34}=	c_{35}=	a_3=
Потреба у вантажі, (b_j)	b_1	b_2	b_3	b_4	b_5	

Числові значення витрат за перевезення одиниці продукції від *i*-го постачальника до j-го споживачеві, потреб, запасів вантажу згідно кожного з варіантів знаходяться у таблиці 2.

Таблиця 2

Вихідні дані

№ варіанту	Постачальники, (Ai)	Споживачі (Bj)					Запаси вантажу, (a_i)
		B_1	B_2	B_3	B_4	B_5	
1	A_1	1	2	3	4	4	25
	A_2	3	5	6	4	3	25
	A_3	6	2	1	2	3	55
	A_4	4	4	3	5	6	40
	A_5	4	3	6	2	4	55
	Потреба у вантажі, (b_j)	40	30	25	15	35	
2	A_1	3	1	2	1	-	40
	A_2	1	4	1	3	-	55
	A_3	2	2	2	3	-	60
	Потреба у вантажі, (b_j)	20	65	20	50	-	
3	A_1	2	9	6	7	3	50
	A_2	5	4	2	3	5	50
	A_3	4	9	2	9	6	85
	A_4	7	3	5	4	2	20
	A_5	3	5	4	9	3	85
	Потреба у вантажі, (bj)	20	75	15	25	70	
4	A_1	2	8	5	1	3	240
	A_2	6	4	7	6	9	320
	A_3	3	6	1	4	5	180
	Потреба у вантажі, (bj)	100	120	160	210	150	
5	A_1	7	6	5	6	2	10
	A_2	4	3	1	5	3	10
	A_3	6	8	7	6	5	25
	A_4	6	2	4	3	1	45
	A_5	5	3	6	8	2	25
	Потреба у вантажі, (b_j)	45	65	40	10	20	
6	A_1	2	5	8	4	6	25
	A_2	5	7	5	3	1	25
	A_3	5	9	2	5	8	50
	A_4	4	5	6	7	5	70
	A_5	3	1	5	9	6	50
	Потреба у вантажі, (b_j)	70	85	30	40	65	
7	A_1	12	18	8	16	-	90
	A_2	17	11	9	12	-	115
	A_3	10	15	14	7	-	205
	Потреба у вантажі, (b_j)	95	150	15	80	-	

№ варіанту	Постачальники, (Ai)	Споживачі (Bj)					Запаси вантажу, (a_i)
		B_1	B_2	B_3	B_4	B_5	
8	A_1	4	2	3	5	4	25
	A_2	3	5	7	4	3	25
	A_3	6	2	4	2	3	40
	A_4	5	4	3	5	7	65
	A_5	4	3	6	2	4	40
	Потреба у вантажі, (b_j)	65	10	35	40	15	
9	A_1	3	1	2	1	-	55
	A_2	1	4	1	3	-	40
	A_3	1	2	2	3	-	60
	Потреба у вантажі, (b_j)	65	20	50	20	-	
10	A_1	5	8	6	9	1	65
	A_2	2	4	7	3	5	65
	A_3	8	5	5	8	6	15
	A_4	9	1	2	4	7	20
	A_5	3	5	8	5	1	15
	Потреба у вантажі, (b_j)	20	35	40	75	10	
11	A_1	27	36	35	31	29	250
	A_2	22	23	26	32	35	250
	A_3	36	42	38	32	39	200
	Потреба у вантажі, (b_j)	120	130	100	160	140	
12	A_1	6	9	4	3	1	30
	A_2	5	6	8	5	7	30
	A_3	1	4	6	9	4	10
	A_4	3	1	5	6	8	25
	A_5	5	7	1	4	1	10
	Потреба у вантажі, (b_j)	25	45	15	60	10	
13	A_1	4	5	6	4	-	20
	A_2	3	2	3	4	-	40
	A_3	2	2	3	2	-	90
	Потреба у вантажі, (b_j)	60	50	20	20	-	
14	A_1	4	6	9	4	5	20
	A_2	7	6	8	4	9	20
	A_3	3	2	4	6	9	85
	A_4	4	5	7	6	8	45
	A_5	4	9	3	2	5	85
	Потреба у вантажі, (b_j)	45	15	35	65	55	
15	A_1	3	1	2	4	-	45
	A_2	2	2	3	3	-	35
	A_3	2	1	3	4	-	70
	Потреба у вантажі, (b_j)	25	35	45	45	-	

№ варіанту	Постачальники, (Ai)	Споживачі (Bj)					Запаси вантажу, (a_i)
		B_1	B_2	B_3	B_4	B_5	
16	A_1	2	5	3	6	8	50
	A_2	5	9	6	4	5	50
	A_3	2	1	2	5	3	40
	A_4	6	8	5	9	6	35
	A_5	4	5	2	1	8	40
	Потреба у вантажі, (b_j)	35	10	75	45	40	
17	A_1	9	6	1	2	-	10
	A_2	10	4	3	5	-	60
	A_3	8	7	12	11	-	30
	Потреба у вантажі, (b_j)	40	20	10	30	-	
18	A_1	7	5	3	1	5	35
	A_2	9	8	6	2	4	35
	A_3	5	7	7	5	3	40
	A_4	1	5	9	8	6	15
	A_5	2	4	5	7	5	40
	Потреба у вантажі, (b_j)	15	20	35	30	10	
19	A_1	1	2	1	3	-	50
	A_2	1	2	2	1	-	30
	A_3	2	2	1	2	-	70
	Потреба у вантажі, (b_j)	25	40	25	60	-	
20	A_1	19	17	15	5	-	115
	A_2	11	9	10	12	-	90
	A_3	13	18	14	14	-	205
	Потреба у вантажі, (b_j)	95	150	85	85	-	

2. ПРИКЛАД РОЗВ'ЯЗАННЯ ТРАНСПОРТНОЇ ЗАДАЧІ ЗА ДОПОМОГОЮ ІНСТРУМЕНТА MICROSOFT EXCEL «ПОИСК РЕШЕНИЯ»

Транспортна задача представляє собою частковий випадок задачі лінійного програмування. Тому розв'язання транспортної задачі з використанням надбудови ***«Поиск решения»*** в цілому практично нічим не відрізняється від розв'язання задачі лінійного програмування, окрім того, що таблична модель транспортної задачі має свою форму. Всі інші рекомендації щодо застосування інструменту ***«Поиск решения»*** для розв'язання транспортної задачі залишаються такими ж, як і для задачі лінійного програмування наведеного в *Методичних рекомендаціях до лабораторної роботи №2.1*. Це стосується і можливостей післяоптимізаційного аналізу, тобто у випадку успішного розв'язання можна отримати всі три звіти як наведено в *Методичних рекомендаціях до лабораторної роботи №3.1*.

УМОВА

В Житомирській області 3 цукрових заводи (В) отримують від 5 сільськогосподарських підприємств (А) сировину (цукровий буряк). Скласти такий план перевезень від постачальників до споживачів, щоб вартість перевезень була мінімальною, вантаж від постачальників був вивезеним, а потреби заводів у сировині були задоволені. Запаси постачальників, потреби споживачів та вартість перевезення одиниці вантажу від постачальників до споживачів наведена в табл. 3.

Таблиця 3

Вихідні дані

Постачальники, (Ai)	Споживачі (Bj)					Запаси вантажу, (a_i)
	B_1	B_2	B_3	B_4	B_5	
A_1	20	15	35	-	-	100
A_2	25	20	35	-	-	220
A_3	30	25	25	-	-	110
A_4	20	30	30	-	-	170
A_5	15	20	25	-	-	150
Потреба у вантажі, (b_j)	220	240	260	-	-	

ВИКОНАННЯ ЗАВДАННЯ

1. Перевіряємо умову транспортної задачі на закритість, тобто рівність суми запасів вантажу загальній сумі потреб в ньому.

Сума запасів у постачальників (сільськогосподарських підприємств) A_1, A_2, A_3, A_4, A_5 дорівнює відповідно 100+220+110+170+150=750 т цукрового буряку. Сума потреб у споживачів (цукрових заводів) B_1, B_2, B_3 дорівнює відповідно 220+240+260=720 т цукрового буряку. Тобто сума запасів більша за суму потреб.

Таким чином ця задача є транспортною задачею відкритого типу, а розв'язання задачі потребує її переведення до закритого типу.

Алгоритм переведення задач наведений в лекції.

Оскільки в нашому прикладі запаси постачальників перевищують потреби споживачів, то вводимо четвертого, тобто фіктивного споживача $B_ф=B_{n+1}=B_4$ з потребою $b_{n+1}=\sum_{i=1}^{m}a_i-\sum_{j=1}^{n}b_j$. Підставимо в формулу дані нашого прикладу $b_4=750-720$. У разі перевищення попиту над запасами, вводимо фіктивного постачальника $A_ф=A_{m+1}$ з запасом $a_{m+1}=\sum_{j=1}^{n}b_j-\sum_{i=1}^{m}a_i$. Вартість перевезення одиниці продукції від фіктивного постачальника чи до фіктивного споживача вважається рівною нулю, оскільки насправді цей вантаж перевозитись не буде і це не вплине на значення цільової функції.

2. Формалізація задачі. Запишемо економіко-математичну модель задачі:

Введемо змінні:

x_{11} – кількість сировини (цукрового буряку, тонн), перевезеної від 1-го сільськогосподарського підприємства до 1-го заводу (підприємства);

x_{12} – кількість сировини (цукрового буряку, тонн), перевезеної від 1-го сільськогосподарського підприємства до 2-го заводу (підприємства);

x_{13} – кількість сировини (цукрового буряку, тонн), перевезеної від 1-го сільськогосподарського підприємства до 3-го заводу (підприємства);

$x_{1фікт}$ – кількість сировини (цукрового буряку, тонн), перевезеної від 1-го сільськогосподарського підприємства до 4-го *фіктивного* заводу (підприємства);

x_{21} – кількість сировини (цукрового буряку, тонн), перевезеної від 2-го сільськогосподарського підприємства до 1-го заводу (підприємства); і т.д.

x_{ij} – кількість сировини (цукрового буряку, тонн), перевезеної від *i*-го сільськогосподарського підприємства до *j*-го заводу (підприємства)

Оскільки вартість перевезення одиниці вантажу від постачальників до споживачів наведена в табл. 3, то якщо ми перемножимо данні таблиці 3 на відповідні введені змінні, отримаємо загальні транспортні витрати на перевезення всього вантажу (цукрового буряку) від сільського господарських підприємств **А** до заводів **В**. І це буде наша цільова функція, яка дорівнюватиме:

$$\begin{aligned} Z = {} & 20x_{11} + 15x_{12} + 35x_{13} + 0x_{1фікт} + \\ & + 25x_{21} + 20x_{22} + 35x_{23} + 0x_{2фікт} + \\ & + 30x_{31} + 25x_{32} + 25x_{33} + 0x_{3фікт} + \\ & + 20x_{41} + 30x_{42} + 30x_{43} + 0x_{4фікт} + \\ & + 15x_{51} + 20x_{52} + 25x_{53} + 0x_{5фікт} \to \min \end{aligned} \qquad (1)$$

Обмеження формуються з умови вивозу всієї сировини на заводи та задоволення потреб всіх заводів сировиною (цукровим буряком).

Весь обсяг цукрового буряку, який виготовляє сільськогосподарське підприємство $А_1$, в нашому прикладі – 100 т, має бути перевезений до чотирьох споживачів-заводів $В_1$, $В_2$, $В_3$ та $В_4$. Тобто, цей обсяг дорівнює сумі цукрового буряку, перевезеного з цього підприємства $А_1$ до заводів: $В_1$ (змінна x_{11}), $В_2$ (змінна x_{12}), $В_3$ (змінна x_{13}) та четвертого або фіктивного споживача $В_{фіктивний}$ (змінна $x_{1фікт}$). Умову вивезення всього цукрового буряку з сільськогосподарського підприємства $А_1$ запишемо наступним чином $x_{11} + x_{12} + x_{13} + x_{1фікт} = 100$. Аналогічно складемо рівняння для пункту $А_2$ – $x_{21} + x_{22} + x_{23} + x_{2фікт} = 220$, і так далі для решти постачальників сировини $А_3$, $А_4$, $А_5$. Виходить наступна група обмежень:

$$x_{11} + x_{12} + x_{13} + x_{1фікт} = 100,$$

$$x_{21} + x_{22} + x_{23} + x_{2фікт} = 220,$$

$$x_{31} + x_{32} + x_{33} + x_{3фікт} = 110,$$

$$x_{41} + x_{42} + x_{43} + x_{4фікт} = 170,$$

$$x_{51} + x_{52} + x_{53} + x_{5фікт} = 150.$$

Схожі міркування формують другу групу умов – задоволення потреб всіх заводів сировиною (цукровим буряком). Потреба першого заводу B_1 в нашому прикладі складає 220 т цукрового буряку, і цей обсяг дорівнює сумі цукрового буряку, перевезеного з 5-ти підприємств A_1, A_2, A_3, A_4, A_5 до цього заводу B_1. Формалізуємо умову – $x_{11} + x_{21} + x_{31} + x_{41} + x_{51} = 220$. Аналогічним чином формалізуємо умову для заводів B_2, B_3 та четвертого або фіктивного заводу $B_{фіктивний}$. Крім того, згідно економічного змісту значення змінних не можуть бути від'ємними числами. Отримаємо систему обмежень (2) для нашої транспортної задачі:

$$\begin{cases} x_{11} + x_{12} + x_{13} + x_{1фікт} = 100, \\ x_{21} + x_{22} + x_{23} + x_{2фікт} = 220, \\ x_{31} + x_{32} + x_{33} + x_{3фікт} = 110, \\ x_{41} + x_{42} + x_{43} + x_{4фікт} = 170, \\ x_{51} + x_{52} + x_{53} + x_{5фікт} = 150, \\ x_{11} + x_{21} + x_{31} + x_{41} + x_{51} = 220, \\ x_{12} + x_{22} + x_{32} + x_{42} + x_{52} = 240, \\ x_{13} + x_{23} + x_{33} + x_{43} + x_{53} = 260, \\ x_{фікт1} + x_{фікт2} + x_{фікт3} + x_{фікт4} + x_{фікт5} = 30, \\ x_{ij} \geq 0,\ i = \overline{1,5};\ j = \overline{1,4}. \end{cases} \qquad (2)$$

Тобто задача виглядає наступним чином: знайти значення змінних x_{ij}, що мінімізують функцію (1) за умов (обмежень) (2).

3. Розв'язати формалізовану транспортну задачу за допомогою надбудови Microsoft Excel ***Поиск решения.***

Загальна схема розміщення даних в середовищі ***MS Excel*** для розв'язання транспортної задачі наведена на рис. 1.

Блок B6:E10 зарезервуємо для значень матриці вартості перевезень від постачальників A_i до споживачів B_j – це коефіцієнти при невідомих x_{ij} в цільовій функції (1) – дані беремо з умови задачі (таблиця 3).

Блок B15:E19 зарезервуємо для значень змінних x_{ij}.

Комірку F23 резервуємо для визначення цільової функції (1).

Блок B21:E21 резервуємо для значень потреб споживачів B_1, B_2, B_3 та B_4 – дані беремо з умови задачі (таблиця 3).

Блок B20:E20 резервуємо для визначення сум обмежень споживання B_1, B_2, B_3 та B_4 (розрахунки за формулами).

Блок G15:G19 резервуємо для значень запасів постачальників A_1, A_2, A_3, A_4, A_5 – дані беремо з умови задачі (таблиця 3).

Блок F15:F19 резервуємо для визначення сум обмежень запасів постачальників A_1, A_2, A_3, A_4, A_5 (розрахунки за формулами).

	A	B	C	D	E	F	G	H
1		**Транспортна задача**						
2								
3	Матриця вартості							
4			Споживачі					
5	Постачальники	B1	B2	B3	B фіктивний			
6	A1							
7	A2							
8	A3	Матриця вартості						
9	A4							
10	A5							
11								
12	Матриця рішень							
13			Споживачі					
14	Постачальники	B1	B2	B3	B фіктивний	Сума запасів	Запаси	
15	A1							
16	A2					Формули		
17	A3		Матриця рішення			обмежень за		
18	A4					запасами		
19	A5							
20	Сума споживання	Формули обмежень за споживанням						
21	Споживання							
22								
23			Цільова функція					
24								

Рис. 1. Макет задачі

<u>3.1. Заносимо вхідні дані моделі на робочий аркуш за формою (рис. 1).</u>

3.1.1. Заповнюємо блоки «Матриця вартості», «Запаси» та «Споживання» відповідно умови задачі (рис. 2).

3.1.2. Вводимо функціональні залежності між змінними, обмеженнями та цільовою функцією.

В клітинку F23 за допомогою «Мастер функций» записуємо формулу цільової функції =СУММПРОИЗВ(B15:E19; B6:E10).

Для чого:

- натиснути кнопку f_x («Мастер функций»);

- обрати функцію **СУММПРОИЗВ**;
- встановити курсор у полі **Масив 1,** позначити блок B15:E19 (це виділено місце для значень змінних x_{ij},);
- встановити курсор у полі **Масив 2,** позначити блок B6:E10 (це матриця вартості);
- закінчити запис формули, клацнувши ОК.

В клітинку F15 за допомогою «Мастер функций» записуємо формулу сумування змінних по першому рядку =СУММ(B15:E15), що відповідає запасам першого постачальника A_1.

Аналогічно підсумовуємо змінні в другому, третьому, четвертому та п'ятому рядках, що відповідає запасам інших постачальників та заповнюємо відповідно клітинки F16, F17, F18, F19.

В клітинку B20 за допомогою «Мастер функций» записуємо формулу сумування змінних у першому стовпці =СУММ(B15:B19), що відповідає потребі першого споживача B_1. Аналогічно підсумовуємо змінні в другому, третьому та четвертому стовпчиках, що відповідає потребам другого, третього та четвертого (фіктивного) споживачів та заповнюємо клітинки C20, D20 та E20.

В результаті отримаємо рис. 2.

	A	B	C	D	E	F	G
1	**Транспортна задача**						
2							
3	Матриця вартості						
4			Споживачі				
5	Постачальники	B1	B2	B3	B фіктивний		
6	A1	20	15	35	0		
7	A2	25	20	35	0		
8	A3	30	25	25	0		
9	A4	20	30	30	0		
10	A5	15	20	25	0		
11							
12	Матриця рішень						
13			Споживачі				
14	Постачальники	B1	B2	B3	B фіктивний	Сума запасів	Запаси
15	A1					0	100
16	A2					0	220
17	A3					0	110
18	A4					0	170
19	A5					0	150
20	Сума споживання	0	0	0	0		
21	Споживання	220	240	260	30		
22							
23			Цільова функція			0	

Рис. 2. Таблична модель задачі перед пошуком оптимального розв'язку

Якщо на робочому аркуші показати формули, то він виглядатиме як на рис. 3.

	A	B	C	D	E	F	G
1	**Транспортна зада**						
2							
3	Матриця вартості						
4			Споживачі				
5	Постачальники	B1	B2	B3	B фіктивний		
6	A1	20	15	35	0		
7	A2	25	20	35	0		
8	A3	30	25	25	0		
9	A4	20	30	30	0		
10	A5	15	20	25	0		
11							
12	Матриця рішень						
13			Споживачі				
14	Постачальники	B1	B2	B3	B фіктивний	Сума запасів	Запаси
15	A1					=СУММ(B15:E15)	100
16	A2					=СУММ(B16:E16)	220
17	A3					=СУММ(B17:E17)	110
18	A4					=СУММ(B18:E18)	170
19	A5					=СУММ(B19:E19)	150
20	Сума споживання	=СУММ(B15:B19)	=СУММ(C15:C19)	=СУММ(D15:D19)	=СУММ(E15:E19)		
21	Споживання	220	240	260	30		
22							
23			Цільова функція			=СУММПРОИЗВ(B15:D19	

Рис. 3. Введення функціональних залежностей в модель

3.2. Розв’язати задачу за допомогою надбудови «Поиск решения».

3.2.1. Поставити курсор у клітинку F23 (цільова функція) і активізувати режим «Поиск решения».

На екрані з’явиться таке вікно, як і на рис. 4. Необхідно розмістити його таким чином, щоб воно не закривало введену інформацію на робочому листі *Excel*.

3.2.2. В активному вікні «Параметры поиска решения» (рис. 4) заповнити поле «***Оптимизировать целевую функцию***», куди вводять адресу клітинки, що містить формулу для обчислення значення цільової функції. Це можна зробити вручну (з клавіатури) або за допомогою кнопки , що дозволяє перейти в робочу таблицю, зображену на рис. 3, і виділити потрібну клітинку.

Примітка. У полі «***Оптимизировать целевую функцию***» автоматично вводиться адреса тієї клітинки, на якій знаходився курсор перед викликом вікна ***Поиск решения.***

В нашому прикладі адреса цільової клітинки $F$23 установлена автоматично враховуючи примітку.

3.2.3. Обрати варіант оптимізації. Для нашої задачі – «Минимум».

3.2.4. Заповнити рядок «Изменяя ячейки» посиланням на блок $B$15:$E$19.

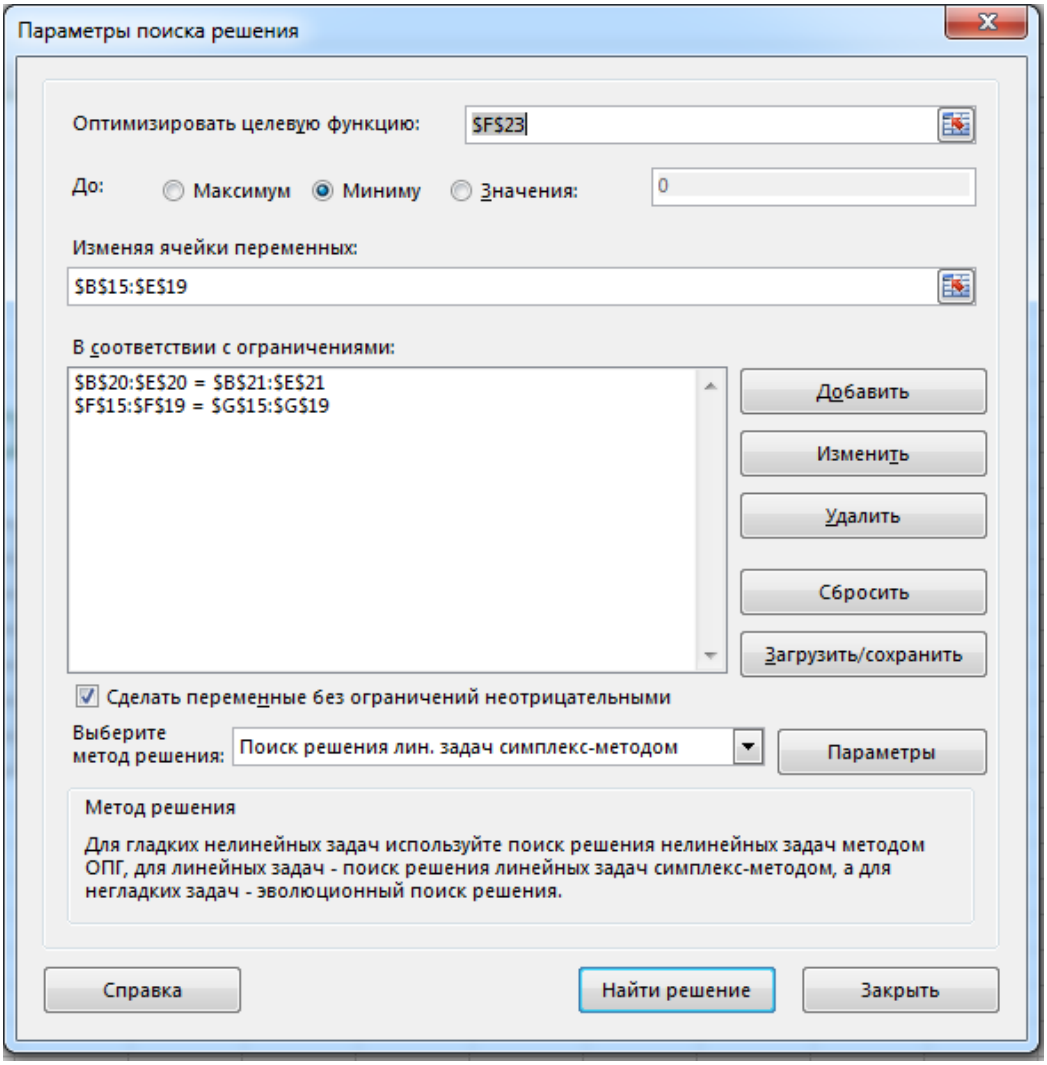

Рис. 4

3.2.5. Заповнити вікно «В соответствии с ограничениями» обмеженнями за рядками і стовпцями змінних, що відповідає запасам постачальників та потребам споживачів.

Для цього у вікні «Параметры поиска решения» обрати «Добавить». З'являється вікно «Добавление ограничения». Вводимо обмеження по запасах - масив змінних $F$15:$F$19 має дорівнювати масиву змінних =$G$15:$G$19 (рис. 5).

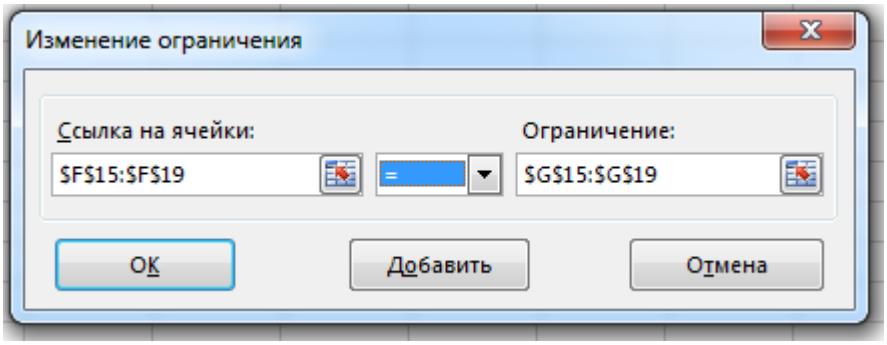

Рис. 5. Введення обмежень по запасах

Аналогічно вводимо обмеження по потребах споживачів – рис. 6.

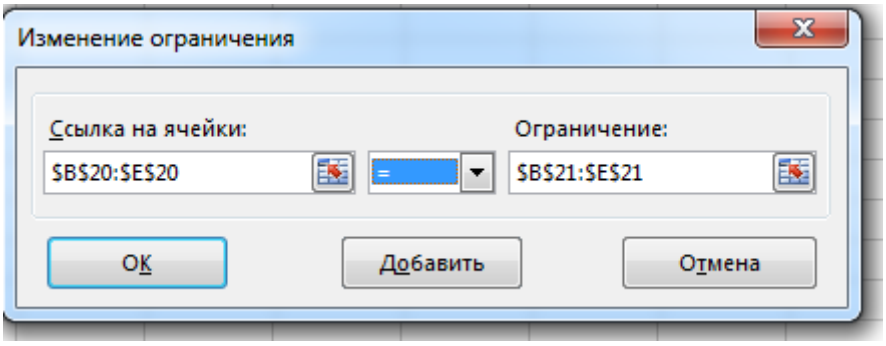

Рис. 6. Введення обмежень по потребах

3.2.6. Для задання обмеження невід'ємності змінних поставити прапорець у вікні навпроти «Сделать переменные без ограничений неотрицательными».

У наступному вікні обрати метод розв'язання «Поиск решения лин. задач симплекс-методом».

Виконавши ці дії отримаємо наступний вигляд вікна «Параметры поиска решения» (рис. 4), натиснути кнопку «Найти решение».

3.2.7. Після виконання обчислень на екрані з'явиться вікно «Результаты поиска решения», в якому відображено повідомлення про результат роботи. В нашому випадку – Решение найдено. Все ограничения и условия оптимальности выполнены (рис. 7).

Після знаходження оптимального розв'язку задачі у діалоговому вікні «Результаты поиска решения» вибираємо звіти «Результати», «Устойчивость», «Пределы» і зберігаємо результати розв'язання задачі.

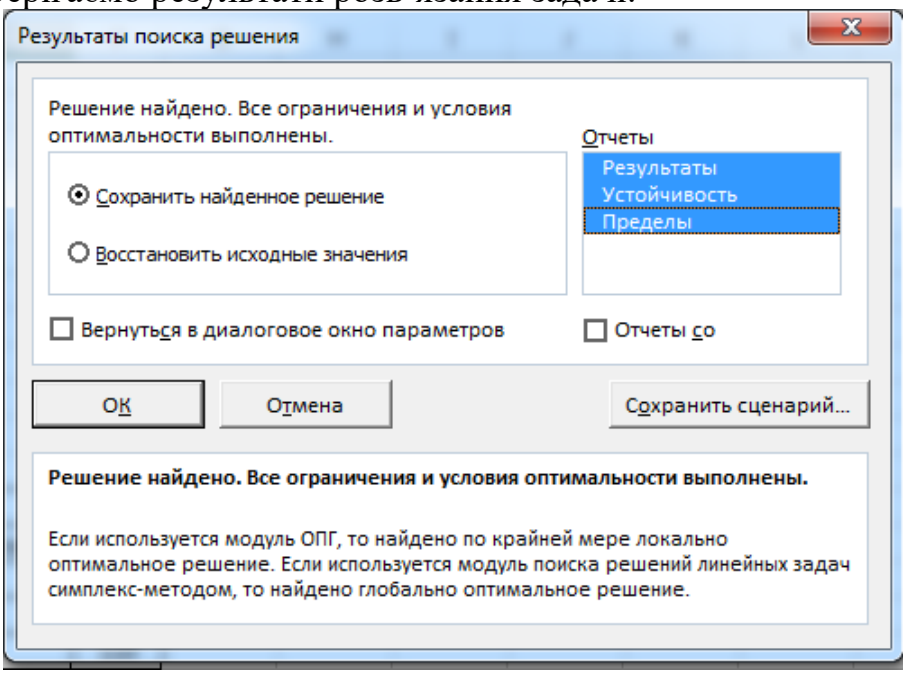

Рис. 7. Вікно «Результаты поиска решения»

3.2.8. Розв'язок цієї транспортної задачі має такий вигляд (рис. 8):

	A	B	C	D	E	F	G	H
1	**Транспортна задача**							
2								
3	Матриця вартості							
4			Споживачі					
5	Постачальники	B1	B2	B3	B фіктивний			
6	A1	20	15	35	0			
7	A2	25	20	35	0			
8	A3	30	25	25	0			
9	A4	20	30	30	0			
10	A5	15	20	25	0			
11								
12	Матриця рішень							
13			Споживачі					
14	Постачальники	B1	B2	B3	B фіктивний	Сума запасів	Запаси	
15	A1	0	100	0	0	100	100	
16	A2	50	140	0	30	220	220	
17	A3	0	0	110	0	110	110	
18	A4	170	0	0	0	170	170	
19	A5	0	0	150	0	150	150	
20	Сума споживання	220	240	260	30			
21	Споживання	220	240	260	30			
22								
23			Цільова функція			15450		

Рис. 8. Кінцевий вигляд таблиці обчислень транспортної задачі

4. Економічна інтерпретація математичного розв'язку транспортної задачі.

Економічну інтерпретацію розв'язку транспортної задачі необхідно робити разом зі звітами «О результатах», «Об устойчивости» и «О пределах».

4.1. Згідно даних, наведених на рис. 8 можна зробити наступні висновки: Мінімальна вартість перевезень від постачальників до споживачів складає 15450грн., яка буде отримана за умови, якщо буде реалізовано наступний оптимальний план перевезень цукрового буряку:

На завод №1 (пункт B_1) – від господарств: № 1 (пункт A_1), 3 (пункт A_3) та 5 (пункт A_5) – нічого не перевозити 0 т; №2 (пункт A_2) – 50 тонн; №4 (пункт A_4) – 170 тонн.

На завод №2 (пункт B_2) – від господарств: № 1 (пункт A_1) – 100 т; №2 (пункт A_2) – 140 тонн; №3 (пункт A_3), №4 (пункт A_4) та №5 (пункт A_5) – нічого не перевозити 0 т.

На завод №3 (пункт B_3) – від господарств: № 1 (пункт A_1), №2 (пункт A_2), №4 (пункт A_4) – нічого не перевозити 0 т; №3 (пункт A_3) – 110 тон; та №5 (пункт A_5) – 150 тонн.

На завод №4 (фіктивний споживач пункт B_4) – від господарств: № 1 (пункт A_1), №3 (пункт A_3), №4 (пункт A_4), №5 (пункт A_5) – нічого не перевозити 0 т; №2 (пункт A_2) – 30 тонн.

4.2. Післяоптимізаційний аналіз моделі.

Більш детальну інформацію про результати оптимізації дозволяють отримати звіт по результатам, звіт про стійкість та звіт про границі.

Для того, щоб отримати ці звіти необхідно у діалоговому вікні «Результаты поиска решения» кликнути на цих типах звіту (див. рис. 7).

Більш детальну інформацію про зміст цих результатів та їх аналіз наведено у *Методичних рекомендаціях до виконання лабораторної роботи №1.2.* тому, тут ми обмежимось лише висновками за отриманими результатами.

4.2.1. Звіт про результати наведений на рис. 9. Фактично з цього звіту можна зробити висновки аналогічні наведеним в п.п. 4.1 (див. вище).

4.2.2. Звіт про стійкість представлений на рис. 10. Цей звіт є більш інформативним – містить інформацію стосовно чутливості оптимального розв'язку до зміни значення цільових коефіцієнтів і правих частин обмежень.

Наведемо роз'яснення щодо першого блоку «Ячейки переманных».

Спочатку проаналізуємо дані, наведені в стовпчику «Приведен. Стоимость». Так для маршруту з А1 до В3 значення цього стовпчику дорівнює 5. Це означає, що якщо в оптимальний план додати перевезення 1 тони вантажу з пункту А1 до пункту В3, то загальна вартість перевезень всього вантажу (наша цільова функція) збільшиться на 5 грн. Оскільки напрямком оптимазації транспортної задачі є мінімізація, це погіршить значення нашої цільової функції. Аналогічні висновки можна зробити за іншими даними, наведеними в стовпчику «Приведен. Стоимость».

Проаналізуємо значення стовпчиків «Допустимое Увеличение» та «Допустимое Уменьшение». Так, для маршруту з пункту А2 до пункту В2 цільова функція має коефіцієнт 20 грн., який може бути збільшено на 10 грн. та зменшено на 0 грн. Тоді, при незмінності інших вихідних даних задачі оптимальний план перевезень (матриця перевезень) залишається без змін, якщо тариф перевезення сировини (цукрового буряку) за цим маршрутом буде коливатися в межах від 20 до 30 грн. за тону. Зазначимо при цьому, що якщо тариф перевезень на цьому маршруті буде становити точно 30 грн., то з'явиться альтернативний оптимальний план перевезень, який зрозуміло, можна отримати розв'язавши ще раз цю задачу, але з новим значенням тарифу на розглянутому маршруті.

Microsoft Excel 15.0 Отчет о результатах
Лист: [ЛР 2 Т3.xlsx]Задача Відкрита
Отчет создан: 07.05.2020 21:45:28
Результат: Решение найдено. Все ограничения и условия оптимальности выполнены.

Ячейка целевой функции (Минимум)

Ячейка	Имя	Исходное значение	Окончательное значение
$F$23	Цільова функція Сума запасів	0	15450

Ячейки переменных

Ячейка	Имя	Исходное значение	Окончательное значение	Целочисленное
$B$15	A1 B1	0	0	Продолжить
$C$15	A1 B2	0	100	Продолжить
$D$15	A1 B3	0	0	Продолжить
$E$15	A1 B фіктивний	0	0	Продолжить
$B$16	A2 B1	0	50	Продолжить
$C$16	A2 B2	0	140	Продолжить
$D$16	A2 B3	0	0	Продолжить
$E$16	A2 B фіктивний	0	30	Продолжить
$B$17	A3 B1	0	0	Продолжить
$C$17	A3 B2	0	0	Продолжить
$D$17	A3 B3	0	110	Продолжить
$E$17	A3 B фіктивний	0	0	Продолжить
$B$18	A4 B1	0	170	Продолжить
$C$18	A4 B2	0	0	Продолжить
$D$18	A4 B3	0	0	Продолжить
$E$18	A4 B фіктивний	0	0	Продолжить
$B$19	A5 B1	0	0	Продолжить
$C$19	A5 B2	0	0	Продолжить
$D$19	A5 B3	0	150	Продолжить
$E$19	A5 B фіктивний	0	0	Продолжить

Ограничения

Ячейка	Имя	Значение ячейки	Формула	Состояние	Допуск
$B$20	Сума споживання B1	220	$B$20=$B$21	Привязка	0
$C$20	Сума споживання B2	240	$C$20=$C$21	Привязка	0
$D$20	Сума споживання B3	260	$D$20=$D$21	Привязка	0
$E$20	Сума споживання B фіктивний	30	$E$20=$E$21	Привязка	0
$F$15	A1 Сума запасів	100	$F$15=$G$15	Привязка	0
$F$16	A2 Сума запасів	220	$F$16=$G$16	Привязка	0
$F$17	A3 Сума запасів	110	$F$17=$G$17	Привязка	0
$F$18	A4 Сума запасів	170	$F$18=$G$18	Привязка	0
$F$19	A5 Сума запасів	150	$F$19=$G$19	Привязка	0

Рис. 9. Звіт про результати

Розглянемо тепер дані, наведені в блоці «Ограничения». Спочатку проаналізуємо дані, наведені в стовпчику «Тень Цена». Так, в рядку «Сума споживання B1» тіньова ціна дорівнює 20. Це означає, що якщо у споживача B1 потреба у сировині збільшиться на 1 тону, тобто стане 220+1=221 тона, то для виконання умов задачі про задоволення всіх потреб споживачів, загальна вартість перевезення (наша цільова функція) збільшиться на 20 грн. Аналогічні висновки робимо для споживачів B2, B3 та B4.

Аналогічно – для запасів виробників. Так, для сільгосппідприємства A2 сума запасів складає 220 тон. Якщо запаси цього підприємства збільшити на 1 тону, тобто стане 220+1=221 тона, то вартість перевезення зросте на 5 грн.

Тепер дослідимо чутливість отриманого розв’язку до змін потреб у сировині (цукрового буряку) на цукрових заводах та змін її запасів на сільгосппідприємствах. Так, потреби у сировині на підприємстві B1 можуть

коливатися в межах від 110 тонн (220-110) до 220 тонн (220-0). Таке коливання при незмінності інщих вихідних даних задачі не змінять структуру оптимального плану перевезень, хоча величина самих поставок зміниться. Аналогічний висновок можна зробити стосовно інших об’єктів будівництва, але з іншими числовими значеннями допустимих меж коливання.

Наведені зміни можливі і не впливають на структуру оптимального плану перевезень у кожному конкретному випадку тільки за незмінності усіх інших умов задачі.

Microsoft Excel 15.0 Отчет об устойчивости
Лист: [ЛР 2 ТЗ.xlsx]Задача Відкрита

Ячейки переменных

Ячейка	Имя	Окончательное Значение	Приведенн. Стоимость	Целевая функция Коэффициент	Допустимое Увеличение	Допустимое Уменьшение
$B$15	A1 B1	0	0	20	1E+30	0
$C$15	A1 B2	100	0	15	0	1E+30
$D$15	A1 B3	0	5	35	1E+30	5
$E$15	A1 B фіктивний	0	5	0	1E+30	5
$B$16	A2 B1	50	0	25	0	5
$C$16	A2 B2	140	0	20	10	0
$D$16	A2 B3	0	0	35	1E+30	0
$E$16	A2 B фіктивний	30	0	0	5	1E+30
$B$17	A3 B1	0	15	30	1E+30	15
$C$17	A3 B2	0	15	25	1E+30	15
$D$17	A3 B3	110	0	25	10	1E+30
$E$17	A3 B фіктивний	0	10	0	1E+30	10
$B$18	A4 B1	170	0	20	0	0
$C$18	A4 B2	0	15	30	1E+30	15
$D$18	A4 B3	0	0	30	0	0
$E$18	A4 B фіктивний	0	5	0	1E+30	5
$B$19	A5 B1	0	0	15	1E+30	0
$C$19	A5 B2	0	10	20	1E+30	10
$D$19	A5 B3	150	0	25	0	1E+30
$E$19	A5 B фіктивний	0	10	0	1E+30	10

Ограничения

Ячейка	Имя	Окончательное Значение	Тень Цена	Ограничение Правая сторона	Допустимое Увеличение	Допустимое Уменьшение
$B$20	Сума споживання B1	220	20	220	0	170
$C$20	Сума споживання B2	240	15	240	0	140
$D$20	Сума споживання B3	260	30	260	0	0
$E$20	Сума споживання B фіктивний	30	-5	30	0	30
$F$15	A1 Сума запасів	100	0	100	140	0
$F$16	A2 Сума запасів	220	5	220	170	0
$F$17	A3 Сума запасів	110	-5	110	0	0
$F$18	A4 Сума запасів	170	0	170	0	1E+30
$F$19	A5 Сума запасів	150	-5	150	0	0

Рис. 10. Звіт про стійкість

4.2.3. Звіт про межі представлений на рис. 11.

Звіт про межі є мало інформативним з точки зору економічної інтерпретації.

Microsoft Excel 15.0 Отчет о пределах
Лист: [ЛР 2 Т3.xlsx]Задача Відкрита
Отчет создан: 07.05.2020 21:45:29

Целевая функция		
Ячейка	Имя	Значение
$F$23	Цільова функ	15450

Переменная			Нижний	Целевая функция	Верхний	Целевая функция
Ячейка	Имя	Значение	Предел	Результат	Предел	Результат
$B$15	A1 B1	0	0	15450	0	15450
$C$15	A1 B2	100	100	15450	100	15450
$D$15	A1 B3	0	0	15450	0	15450
$E$15	A1 B фіктивни	0	0	15450	0	15450
$B$16	A2 B1	50	50	15450	50	15450
$C$16	A2 B2	140	140	15450	140	15450
$D$16	A2 B3	0	0	15450	0	15450
$E$16	A2 B фіктивни	30	30	15450	30	15450
$B$17	A3 B1	0	0	15450	0	15450
$C$17	A3 B2	0	0	15450	0	15450
$D$17	A3 B3	110	110	15450	110	15450
$E$17	A3 B фіктивни	0	0	15450	0	15450
$B$18	A4 B1	170	170	15450	170	15450
$C$18	A4 B2	0	0	15450	0	15450
$D$18	A4 B3	0	0	15450	0	15450
$E$18	A4 B фіктивни	0	0	15450	0	15450
$B$19	A5 B1	0	0	15450	0	15450
$C$19	A5 B2	0	0	15450	0	15450
$D$19	A5 B3	150	150	15450	150	15450
$E$19	A5 B фіктивни	0	0	15450	0	15450

Рис. 11. Звіт про межі

ВИСНОВКИ.

Мінімальна вартість перевезень від постачальників до споживачів складає 15450грн., яка буде отримана за умови, якщо буде реалізовано наступний оптимальний план перевезень цукрового буряку:

На завод №1 (пункт B_1) – від господарств: № 1 (пункт A_1), 3 (пункт A_3) та 5 (пункт A_5) – нічого не перевозити 0 т; №2 (пункт A_2) – 50 тонн; №4 (пункт A_4) – 170 тонн.

На завод №2 (пункт B_2) – від господарств: № 1 (пункт A_1) – 100 т; №2 (пункт A_2) – 140 тонн; №3 (пункт A_3), №4 (пункт A_4) та №5 (пункт A_5) – нічого не перевозити 0 т.

На завод №3 (пункт B_3) – від господарств: № 1 (пункт A_1), №2 (пункт A_2), №4 (пункт A_4) – нічого не перевозити 0 т; №3 (пункт A_3) – 110 тон; та №5 (пункт A_5) – 150 тонн.

На завод №4 (фіктивний споживач пункт B_4) – від господарств: № 1 (пункт A_1), №3 (пункт A_3), №4 (пункт A_4), №5 (пункт A_5) – нічого не перевозити 0 т; №2 (пункт A_2) – 30 тонн.

За даними «Отчет об устойчивости», блок «Ячейки переманных», стовпчик «Приведен. Стоимость», можна сказати, що якщо в оптимальний план додати перевезення 1 тони вантажу з пунктів А1 в В3, то загальна вартість перевезень всього вантажу (наша цільова функція) збільшиться на 5 грн, з А3 в В1 – зросте на 15 грн, з А3 в В2 – зросте на 15 грн, з А4 в В2 – зросте на 15 грн, з А5 в В2 – зросте на 10 грн. Оскільки напрямком оптимазації транспортної задачі є мінімізація, це погіршить значення нашої цільової функції.

За даними значення стовпчиків «Допустимое Увеличение» та «Допустимое Уменьшение». Так, для маршруту з пункту А2 до пункту В2 цільова функція має коефіцієнт 20 грн., який може бути збільшено на 10 грн. та зменшено на 0 грн. Тоді, при незмінності інших вихідних даних задачі оптимальний план перевезень (матриця перевезень) залишається без змін, якщо тариф перевезення сировини (цукрового буряку) за цим маршрутом буде коливатися в межах від 20 до 30 грн. за тону. Зазначимо при цьому, що якщо тариф перевезень на цьому маршруті буде становити точно 30 грн., то з'явиться альтернативний оптимальний план перевезень, який зрозуміло, можна отримати розв'язавши ще раз цю задачу, але з новим значенням тарифу на розглянутому маршруті.

За даними «Отчет об устойчивости», блок «Ограничения», стовпчик «Тень Цена», можна сказати, що збільшення споживання на всіх заводах В1, В2 та В3 (фіктивний ми не беремо до розгляду), призведе до погіршення цільової функції. Стосовно запасів: зростання запасів у сільгосппідприємства А2 на 1 тону також призведе до збільшення цільової функції на 5 грн, тобто її погіршення А збільшення запасів в пункті А3 призведе до покращення цільової функції, а саме – її зменшення на 5 грн при збільшенні запасів на 1 тону.

Тепер дослідимо чутливість отриманого розв'язку до змін потреб у сировині (цукрового буряку) на цукрових заводах та змін її запасів на сільгосппідприємствах. Так, потреби у сировині на підприємстві В1 можуть коливатися в межах від 110 тонн (220-110) до 220 тонн (220-0). Таке коливання при незмінності інщих вихідних даних задачі не змінять структуру оптимального плану перевезень, хоча величина самих поставок зміниться. Аналогічний висновок можна зробити стосовно інших об'єктів будівництва, але з іншими числовими значеннями допустимих меж коливання.

Наведені зміни можливі і не впливають на структуру оптимального плану перевезень у кожному конкретному випадку тільки за незмінності усіх інших умов задачі.