

Мікроскопічні моделі

Моделі слідування за лідером

Крім випадку дуже малих інтенсивностей рух будь-якого автомобіля обмежено автомобілем, що йде попереду (рис. 4.3.4).

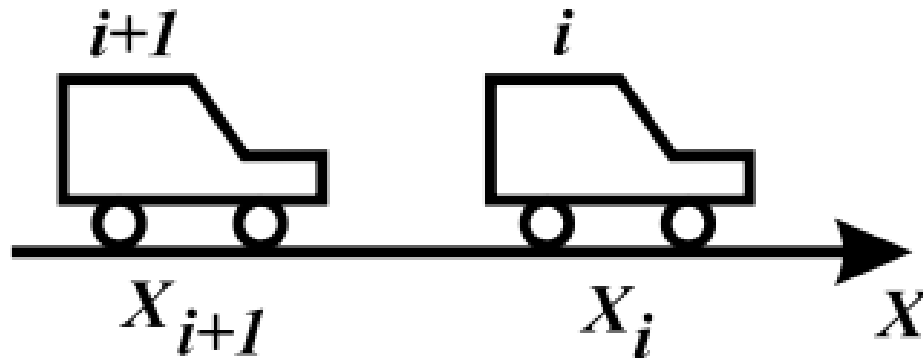


Рисунок 4.3.4 – Порядок слідування автомобілів

Спочатку передбачалося, що кожен водій погодить свою швидкість зі швидкістю попереду автомобіля, що йде [76]:

$$\dot{x}(t) = \frac{1}{\tau} (\dot{x}_i(t) - \dot{x}_{i+1}(t)) \quad (4.3.46)$$

де τ – час узгодження швидкостей (рис. 4.3.4).

Дана модель не описує властивостей нестійкості, виникнення ударних хвиль і заторів. Пізніше був запропонований ряд модифікацій. Наприклад, в [77] в ліву частину рівняння (4.3.46) додають затримку $t_d \approx 1,3$ с, що описує час реакції водія на зміну швидкості лідируючого автомобіля. Множник $1/\tau$ в інтерпретується як коефіцієнт чутливості α , що характеризує швидкість реакції водія. Тоді (4.3.46) можна записати у вигляді диференційно-різницевого рівняння:

$$\dot{x}_i(t + t_d) = \alpha (\dot{x}_i(t) - \dot{x}_{i+1}(t)) \quad (4.3.47)$$

При $\alpha = \text{const}$ умова нестійкості рівняння (4.3.47) має вигляд $t_d / \tau > 1/2$. Наявність нестійкості дозволяє моделювати ударні хвилі і затори, але припущення про незмінність чутливості не дозволяє відтворити фундаментальну діаграму. Більш адекватна модель виходить при обліку зростання чутливості зі зменшенням дистанції до лідируючого автомобіля. З цієї точки зору Газіс та ін. [36] перетворили рівняння (4.3.47):

$$\dot{x}_{i+1}(t + t_d) = \alpha (\dot{x}_{i+1}(t + t_d))^{n_1} \frac{\dot{x}(t) - \dot{x}_{i+1}(t)}{(x_i(t) - x_{i+1}(t))^{n_2}} \quad (4.3.48)$$

і виконали оцінку коефіцієнтів n_1 і n_2 за експериментальними даними. Було знайдено, що коефіцієнт кореляції між $x_{i+1}(t + t_d)$ і $(x_{i+1}(t + t_d))^{n_1} (x_i(t) - x_{i+1}(t)) / (x_i(t) - x_{i+1}(t))^{n_2}$ дорівнює 0,87; 0,78 і 0,73 для $(n_1, n_2) = (1, 2)$; $(0, 1)$ і $(0, 2)$ відповідно і

приймає менші значення близько 0,2–0,5 для інших цілочисельних комбінацій параметрів n_1 і n_2 . Найпростіший випадок: $n_1 = 0$ і $n_2 = 0$:

$$\dot{x}_{i+1}(t + t_d) = \alpha \frac{x_i(t) - \dot{x}_{i+1}(t)}{x_i(t) - x_{i+1}(t)} \quad (4.3.49)$$

часто використовується для моделювання і теоретичного аналізу.

Після інтегрування виразу (4.3.49), отримуємо:

$$\dot{x}_{i+1}(t + t_d) = \ln(\rho_{max}(x_i(t) - x_{i+1}(t))) \quad (4.3.50)$$

де ρ_{max} – константа, що описує рух автомобілів в щільному потоці на дуже близькій відстані – "бампер-до-бампера".

Коли транспортний потік є стаціонарним, щільність ρ виражається формулою $\rho = 1 / (x_i(t) - x_{i+1}(t))$, а так як швидкість в стаціонарному режимі постійна, то:

$$v = \frac{1}{\tau} \ln \frac{\rho_{max}}{\rho} \quad (4.3.51)$$

Вираз (3.3.51) ідентичний рівнянню (4.3.17), і ми з мікроскопічної моделі слідування за лідером отримуємо макроскопічну модель Грінберга.

Клітинні автомати

Застосування концепції клітинного автомата фон Неймана для моделювання транспортних потоків вперше було запропоновано у 1997р. Активні розробки почалися з робіт Нагеля і Шрекенберга. В даний час є великий набір публікацій по клітинним автоматам.

Формулювання початкової моделі Нагеля-Шрекенберга полягає в наступному [77]. Нехай x_n і v_n координата і швидкість n -го автомобіля, $d_n = x_{n+1} - x_n$ – дистанція до лідируючого автомобіля. Швидкість може приймати одне з $v_{max} + 1$ допустимих цілочислових значень $v_n = 0, 1, 2, \dots, v_{max}$. На кожному кроці $t \rightarrow t+1$ стан всіх автомобілів в системі оновлюється відповідно до наступних правил:

1. *Прискорення.* Якщо $v_n < v_{max}$, то швидкість n -го автомобіля збільшується на одиницю, якщо $v_n = v_{max}$, то швидкість не змінюється:

$$v_n \rightarrow \min(v_n + 1, v_{max}) \quad (4.3.52)$$

2. *Гальмування.* Якщо $d \leq v_n$, то швидкість n -го автомобіля зменшується до $d_n - 1$:

$$v_n \rightarrow \min(v_n, d_n + 1) \quad (4.3.53)$$

3. *Випадкові збурення.* Якщо $v_n > 0$, то швидкість n -го автомобіля може бути зменшена на одиницю з ймовірністю p ; швидкість не змінюється, якщо $v_n = 0$:

$$v_n \rightarrow \max(v_n - 1, 0) \quad (4.3.54)$$

4. *Рух.* Кожен автомобіль просувається вперед на кількість осередків, відповідну його новій швидкості після виконання кроків 1-3:

$$x_n \rightarrow x_n + v_n \quad (4.3.55)$$

Перший крок (4.3.52) відображає загальне прагнення всіх водіїв їхати якомога швидше. Другий (4.3.53) гарантує відсутність зіткнень з попереду їдучими автомобілями. Елемент стохастичності, що враховує випадковості в поведінці водіїв вноситься на третьому кроці (4.3.54).