

Практична робота №5 Функції функцій

Мета роботи: вивчити процедуру розроблення функцію функцій в середовищі MATLAB

ТЕОРЕТИЧНІ ВІДОМОСТІ

5.1 Загальні відомості

Деякі важливі універсальні процедури в MatLAB використовують як змінний параметр ім'я функції, із яким вони оперують, і тому потребують при зверненні до них указівки імені М-файлу, у якому записаний текст програми обчислення деякої іншої процедури (функції). Такі процедури називають **функціями функцій**.

Щоб скористатися такою функцією від функції, необхідно, щоб користувач попередньо створив М-файл, у якому обчислювалося б значення потрібної функції за відомим значенням її аргументу.

5.2 Стандартні функції від функцій Matlab

Перелікуємо деякі зі стандартних функцій від функцій, передбачених у MatLAB.

Обчислення інтеграла методом квадратур здійснюється процедурою

$$[I, cnt] = \text{quad}(\text{'<ім'я функції>'}, a, b).$$

Тут a і b - нижня й верхня межа змінювання аргументу функції; I - отримане значення інтеграла; cnt - кількість звернень до обчислення функції, поданої М-файлом із назвою, указаним у <ім'я функції>. Функція **quad** використовує квадратурні формули Ньютона-Котеса четвертого порядку.

Аналогічна процедура **quad8** використовує більш точні формули 8-го порядку.

Інтегрування звичайних диференціальних рівнянь здійснюють функції **ode23** і **ode45**. Вони можуть застосовуватися як для розв'язування простих диференціальних рівнянь, так і для моделювання складних динамічних систем, тобто систем, поведіння яких можна описати сукупністю звичайних диференціальних рівнянь.

Відомо, що будь-яка система звичайних диференціальних рівнянь (ЗДР) може бути подана як система рівнянь 1-го порядку у формі Коші:

$$\frac{dy}{dt} = f(y, t),$$

де y - вектор змінних стану (фазових змінних системи);

t - аргумент (зазвичай - час);
 f - нелінійна вектор-функція від змінних стану y і аргументу t.
 Звернення до процедур чисельного інтегрування ЗДР має вид:

```
[t,y]=ode23('<ім'я функції>',tspan,y0,options)
[t,y]=ode45('<ім'я функції>',tspan,y0,options),
```

де використані параметри мають такий зміст: <ім'я функції> - рядок символів, що є ім'ям М-файла, у якому обчислюється вектор-функція f(y,t), тобто праві частини системи ЗДР; y0 - вектор початкових значень змінних стану; t - масив кінцевих значень аргументу, що відповідають крокам інтегрування; y - матриця проінтегрованих значень фазових змінних, в якій кожний стовпчик відповідає одній зі змінних стану, а рядок містить значення змінних стану, що відповідають певному кроку інтегрування; tspan - вектор-рядок [t0 tfinal], що містить два значення: t0 - початкове значення аргументу t; tfinal - кінцеве значення аргументу; options - рядок із параметрів, що визначають значення припустимої відносно й абсолютної похибки інтегрування.

Параметр options можна не вказувати. Тоді за замовчуванням припустима відносна похибка інтегрування приймається рівною $1 \cdot 10^{-6}$, абсолютна (по кожній із змінних стану) - $1 \cdot 10^{-6}$. Якщо ж по якихось параметрах ці значення не влаштовують користувача, треба перед зверненням до процедури чисельного інтегрування встановити нові значення припустимих похибок за допомогою процедури **odeset** у такий спосіб:

```
options=odeset('RelTol',1e-4,'AbsTol',[1e-4 1e-4 1e-5]).
```

Параметр RelTol визначає відносну похибку чисельного інтегрування по усіх фазових змінних одночасно, а AbsTol є вектором-рядком, що складається з абсолютних припустимих похибок чисельного інтегрування по кожній з фазових змінних.

Функція **ode23** здійснює інтегрування чисельним методом Рунге-Кутта 2-го порядку, а за допомогою методу 3-го порядку контролює відносні й абсолютні похибки інтегрування на кожному кроці і змінює величину кроку інтегрування так, щоб забезпечити задані межі похибок інтегрування.

Для функції **ode45** основним методом інтегрування є метод Рунге-Кутта 4-го порядку, а величина кроку контролюється методом 5-го порядку.

Обчислення мінімумів і коренів функції здійснюється такими функціями
 MatLAB:

fmin - відшукування мінімуму функції одного аргументу;
fmins - відшукування мінімуму функції кількох аргументів;
fzero - відшукування нулів (коренів) функції одного аргументу.
 Звернення до першої з них у загальному випадку має такий вид:

$$X_{\min} = \text{fmin} ('<ім'я функції>', X1, X2).$$

Результатом цього звернення буде значення X_{\min} аргументу функції, яке відповідає локальному мінімуму в інтервалі $X1 < X < X2$ функції, заданої М-файлом із зазначеним ім'ям.

Як приклад розглянемо відшукування значення числа π як значення локального мінімуму функції $y = \cos(x)$ на відрізку $[3, 4]$:

```
» Xmin = fmin('cos',3,4)
Xmin = 3.1416e+000
```

Звернення до другої процедури повинно мати форму:

$$X_{\min} = \text{fmins} ('<ім'я функції>', X0),$$

при цьому X є вектором аргументів, а $X0$ означає початкове (первинне) значення цього вектора, в околі якого відшукується найближчий локальний мінімум функції, заданої М-файлом із зазначеним ім'ям. Функція **fmins** знаходить вектор аргументів $X_{\text{ГПП}}$, який відповідає знайденому локальному мінімуму.

Звернення до функції **fzero** повинно мати вид:

$$z = \text{fzero} ('<ім'я функції>', x0, \text{tol}, \text{trace}).$$

Тут позначено: $x0$ - початкове значення аргументу, в околі якого відшукується дійсний корінь функції, значення якої обчислюються в М-файлі із заданим ім'ям; tol - задана відносна похибка обчислення кореня; trace - позначення необхідності виводити на екран проміжні результати; z - значення шуканого кореня.

Побудова графіків функції однієї змінної може бути здійснена за допомогою процедури **fplot**. Відмінність її від процедури **plot** у тому, що для побудови графіка функції немає необхідності в попередньому обчисленні значення функції й аргументу. Звернення до неї має вид:

$$\text{fplot} ('<ім'я функції>', [<інтервал>], n),$$

де $<інтервал>$ - це вектор-рядок із двох чисел, що задають, відповідно, нижню й верхню межі змінювання аргументу; $<ім'я функції>$ - ім'я М-файла з текстом процедури обчислення значення бажаної функції за заданим значенням її аргументу; n - бажане число частин розбиття зазначеного інтервалу. Якщо останню величину не задати, за замовчуванням інтервал розбивається на 25 частин. Хоча кількість частин " n ", на які розбито інтервал змінювання аргументу, визначено, проте насправді кількість значень вектора " x " може бути значно більшою за рахунок того, що функція **fplot** проводить обчислення з додатковим обмеженням, щоб збільшення кута нахилу графіка функції на кожному кроці не перевищувало 10 градусів. Якщо ж воно виявилось більшим, здійснюється

роздрібнення кроку змінювання аргументу, але не більше ніж у 20 разів. Останні два числа (10 і 20) можуть бути змінені користувачем, для цього при зверненні слід додати ці нові значення в заголовок процедури в зазначеному порядку.

Якщо звернутися до цієї процедури так:

$$[x, Y] = \text{fplot} ('<ім'я функції>', [<інтервал>], n),$$

то графік зазначеної функції не відображується на екрані (у графічному вікні). Замість цього обчислюється вектор "x" аргументів і вектор (або матриця) Y відповідних значень зазначеної функції. Щоб при зверненні останнього виду побудувати графік, необхідно зробити це у подальшому за допомогою процедури **plot**(x, Y).

ЕКСПЕРИМЕНТАЛЬНА ЧАСТИНА

5.3 Завдання для виконання

5.3.1 Завдання 1

Створіть М-файл, що обчислює функцію із завдання 1.5. побудуйте графік цієї функції за допомогою процедури **fplot** у межах, визначених у завданні 1.5. Обчисліть інтеграл від функції у тих же межах, використовуючи процедури **quad** і **quad8**. Знайдіть точку локального мінімуму і локальний мінімум функції і найближчий корінь (нуль).

5.3.2 Завдання 2

Знайдіть точку локального мінімуму і локальний мінімум функції двох змінних, прийнявши за початкову точку із заданими координатами (таблиця 2.2). Попередньо створіть відповідну файл-функцію.

Таблиця 5.1 – Завдання до практичної роботи №5

Варіант	x_0	y_0	$f(x,y)$
1	0	1	$e^{x+y} + (x-y)^2 - 2x - 2y$
2	0.7	-1.2	$(x-y)^2 - \cos(x-y-1)$
3	1.5	-0.5	$e^{x+y} - 2x - 2y - \cos(x-y-1)$
4	0.5	1.5	$e^{x+y} + 4x^2 - 3x - 3y$
5	0	1	$4x^2 + \ln(x+y) + \frac{1}{x+y}$
6	1.2	0.7	$2^{x+y} - 2x - 2y + 2(x-y)^2$
7	0	-0.9	$e^{x-y} + 2x + 2y + (x+y)^2$
8	0.8	1.3	$(x-y)^2 - \cos(x+y-1)$
9	1.5	0.5	$e^{x-y} - 2x + 2y - \cos(x+y-1)$
10	0.5	-1.5	$e^{x-y} - 3x + 3y + 4x^2$
11	0	-1	$4x^2 + \ln(x-y) + \frac{1}{x-y}$
12	1.2	-0.8	$2^{x-y} - 2x + 2y + 2(x+y)^2$