11:40-13:00 від 3.09.2021 ІКС в АУТП ауд.10

**ВИКОНАННЯ ДОСЛІДЖЕННЯ ЗАСОБІВ МОДЕЛЮВАННЯ**

**ОБ'ЄКТІВ УПРАВЛІННЯ ТА СИСТЕМ АВТОМАТИЧНОГО**

**УПРАВЛІННЯ НА ЦИФРОВИХ ЕОМ**

**Мета роботи:** 1) набуття навичок в моделюванні ОУ та САУ на цифрових ЕОМ;

2) виконання дослідження точністних характеристик і швидкодії різноманітних засобів числового інтегрування диференційних рівнянь (моделювання) на ЕОМ.

**Програма моделювання об'єктів управління**

**та систем автоматичного управління**

Алгоритм програми моделювання ОУ і САУ зображено на рис. 1.5.

В програмі досліджується ОУ, що описується диференційним рівнянням

 (1.23)

де  - коефіцієнти, що задаються в процесі роботи програми;

 - вихідна реакція ОУ;

 - вхідний вплив.



Рис. 1.5. Алгоритм програми моделювання ОУ і САУ

При роботі програми можна формувати два різних види вхідних впливів:

- гармонійний

; (1.24)

- одиничний

. (1.25)

Для визначення вихідний реакції ОУ використовується один з семи засобів чисельного інтегрування:

- прямокутників (Эйлера);

- трапецій;

- Симпсона;

- модифікований метод Эйлера (передбачення по формулі прямокутників і виправлення по формулі трапецій);

- Мілна четвертого порядку;

- Адамса-Мултона;

- Рунге-Кутта четвертого порядку.

Отримаємо рекурентний вираз для чисельного інтегрування диференційного рівняння (1.23) по методу прямокутників.

Перепишемо вихідне рівняння із застосуванням операторів диференціювання *D* і інтегрування *I*:

. (1.26)

Поділимо обидві частини (1.26) на оператор *D* і, враховуючи, що , отримаємо

. (1.27)

Для методу прямокутників оператор інтегрування в формі *z* - перетворення має вид

 (1.28)

де *τ* - крок числового інтегрування.

Перепишемо (1.27) застосовуючи пряме *z*-перетворення:

 (1.29)

 (1.30)

 (1.31)

Застосуємо до (1.31) зворотне *z*-перетворення:

. (1.32)

Остаточно маємо

. (1.33)

Провівши обчислення аналогічні (1.26) - (1.33), отримаємо наступні рекурентні вирази для інших методів чисельного інтегрування.

Метод трапецій:

. (1.34)

Метод Симпсона:

 (1.35)

Метод передбачення по формулі прямокутників і виправлення по формулі трапецій (модифікований метод Эйлера):

- передбачення

; (1.36)

- виправлення

; (1.37)

Метод Мілна:

 (1.38)

 (1.39)

Метод Адамса-Мултона:

 (1.40)

. (1.41)

Метод Рунге-Кутта четвертого порядку:

 (1.42)

де ;

;

;

.

В методах Мілна і Адамса-Мутона для одержання чотирьох стартових значень  використовується метод прямокутників.

Похибка обчислення вихідної реакції моделі ОУ визначається наступним чином:

 (1.43)

де N - кількість точок, в яких обчислюється вихідна реакція моделі ОУ;

 - вихідна реакція моделі ОУ на *i*-му кроці інтегрування (розрахунок на основі методу чисельного інтегрування);

 - вихідна реакція ОУ на *i*-му кроці інтегрування (аналітичний розрахунок).

При коефіцієнті диференційного рівняння ,  маємо .

Для обчислення вихідної реакції ОУ використовується чисельне інтегрування по формулі трапеції з шагом у 10 разів меншім, ніж для обчислення вихідної реакції моделі ОУ.

У програмі вхідний сигнал ОУ має назву безперервний вхідний сигнал, вхідний сигнал моделі ОУ - дискретний вхідний сигнал, вихідна реакція ОУ - безперервний вихідний сигнал, вихідна реакція моделі ОУ - дискретний вихідний сигнал.

Швидкодія моделі ОУ  визначається інтервалом часу, що пройшов від початку подачі на вхід моделі ОУ одиничного впливу  до моменту, коли вихідна реакція моделі ОУ буде знаходитися в межах

. (1.44)

Швидкодія ОУ  визначається інтервалом часу, що пройшов від початку подачі на вхід ОУ одиничного впливу  до моменту, коли вихідна реакція ОУ буде знаходитися в межах, визначених співвідношенням (1.44).

Різниця цих двох величин визначає вплив методу чисельного інтегрування на динамічні властивості моделі ОУ. Вказану різницю можна вважати швидкодією методу чисельного інтегрування  (рис. 1.6).



Рис. 1.6. Вплив методу чисельного інтегрування на динамічні властивості моделі ОУ

*Початкові дані для програми*:

- тип характеристики моделі ОУ, що досліджується;

- метод чисельного інтегрування диференційних рівнянь;

- коефіцієнти диференційного рівняння;

- кількість точок для розрахунків вихідний реакції моделі ОУ;

- крок інтегрування.

Вихідні дані програми:

- вихідна реакція моделі ОУ;

- похибка обчислень для моделі ОУ;

- швидкодія моделі ОУ.

**Порядок виконання роботи**

1. Вивчити теоретичні відомості, викладені в лабораторній роботі 1, необхідні для виконання даної роботи.

2. Виконати попередній аналіз початкових даних індивідуального варіанту (табл. 1.2) (номер варіанту – номер студента по списку навчальної групи).

###### Таблиця 1.2

Початкові данні

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| Варі­ант | Метод  чисельного інтегрування | Кількість періодів сигналу  на інтервалі спостереження | Кількість кроків і інтегрування на інтервалі спостереження |
| 1. | Трапецій | 1 | 10 |
| 2. | -//- | 2 | 10 |
| 3. | -//- | 1 | 15 |
| 4. | -//- | 2 | 15 |
| 5. | -//- | 1 | 20 |
| 6. | -//- | 2 | 20 |
| 7. | Модіфік. Ейлера | 1 | 10 |
| 8. | -//- | 2 | 10 |
| 9. | -//- | 1 | 15 |
| 10. | -//- | 2 | 15 |
| 11. | -//- | 1 | 20 |
| 12. | -//- | 2 | 20 |
| 13. | Рунге-Кутта 4-го порядку | 1 | 10 |
| 14. | -//- | 2 | 10 |
| 15. | -//- | 1 | 15 |
| 16. | -//- | 2 | 15 |
| 17. | -//- | 1 | 20 |
| 18. | -//- | 2 | 20 |
| 19. | Мілна | 1 | 10 |
| 20. | -//- | 2 | 10 |
| 21. | -//- | 1 | 15 |
| 22. | -//- | 2 | 15 |
| 23. | -//- | 1 | 20 |
| 24. | -//- | 2 | 20 |
| 25 | Адамса-Мултона | 1 | 10 |
| 26 | -//- | 2 | 10 |
| 27. | -//- | 1 | 15 |
| 28 | -//- | 2 | 15 |
| 29. | -//- | 1 | 20 |
| 30. | -//- | 2 | 20 |

3. Виконайте моделювання ОУ, заданого диференційного рівняння:. При моделюванні використовуйте метод прямокутників для чисельного інтегрування. Намалюйте графік вхідного сигналу (безперервного і дискретного) і вихідної реакції моделі (безперервної і дискретної).

4. Виконайте моделювання ОУ, використовуючи інший метод чисельного інтегрування (у відповідності з індивідуальним варіантом завдання). Замалюйте графік вихідної реакції моделі ОУ.

5. Визначте похибку моделі ОУ для кожного з 7 методів чисельного інтегрування у відповідності з формулою (1.43). Для визначення похибки необхідно внести відповідні зміни *у* програму. Заповнить таблицю 1.3.

6. Визначте швидкодію моделі ОУ для кожного з 7 методів чисельного інтегрування у відповідності з формулою (1.44). Заповніть таблицю 1.3. Замалюйте вихідну реакцію моделі для одного з методів чисельного інтегрування.

Таблиця 1.3.

Результати обчислень

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| Метод чисельного інтегрування | Похибка методу, умовних одиниць | Швидкодія ОУ, моделі ОУ, методу чисельного інтегрування, c |
| 1. Ейлера |  |  |
| 2. Трапецій |  |  |
| 3. Симпсона |  |  |
| 4. Модіфікований Ейлера |  |  |
| 5. Мілна |  |  |
| 6. Адамса-Мултона |  |  |
| 7. Рунге-Кутта 4-го порядку |  |  |

**Зміст звіту**

1. Найменування і мета роботи.

2. Початкові дані індивідуального варіанту.

3. Графік вхідного сигналу і вихідної реакції моделі ОУ у відповідності з п.п. 3 і 4 розділу 1.3. (3 графіки).

4. Заповнена таблиця 1.3.

5. Висновки по роботі.

**Контрольні питання**

1. Обґрунтуйте (графічно) алгоритм передбачення і виправлення (модифікований метод Ейлера).

2. Проведіть порівняльний аналіз методів чисельного інтегрування з точки зору початкових умов для початку обчислень.

3. Як отримати початкові умови для багатокрокових методів чисельного інтегрування?

4. Як оцінити похибку чисельного інтегруванні длямодифікованого методу Ейлера?

5. Поясніть, як оцінити похибку чисельного інтегрування для методу Рунге-Кутта?

6. Що таке процедура автоматичного регулювання кроку інтегрування?

7. Проведіть порівняльний аналіз методів чисельного інтегрування з точки зору точності і часу обчислень на ЕОМ.