

**36**

ЕРС джерела струму  $E = (30,0 \pm 0,1)$  В. Якщо ввімкнути зовнішнє коло, опір якого  $R = (6,0 \pm 0,1)$  Ом, то напруга на затискачах джерела становитиме  $U_V = (18,0 \pm 0,1)$  В. Визначити внутрішній опір  $r$  джерела.

### Розв'язання

Струм у колі за наявності зовнішнього опору

$$I = U_V / R = 18 / 6 = 3 \text{ А}$$

Похибка визначення цього струму

$$\begin{aligned} \Delta_I &= I \sqrt{\left(\frac{\Delta_V}{U_V}\right)^2 + \left(\frac{\Delta_R}{R}\right)^2} = 3 \sqrt{\left(\frac{0,1}{18}\right)^2 + \left(\frac{0,1}{6}\right)^2} = \\ &= 0,052\,704\,624 \approx 0,05 \text{ А} . \end{aligned}$$

Струм у повному колі

$$I = E / (R + r),$$

звідси  $E = IR + Ir$ , тому  $r = E/I - R$ .

Найімовірніше значення  $r$

$$A_r = 30 / 3 - 6 = 4 \text{ Ом}.$$

Похибка визначення  $E/I$

$$\Delta_{E/I} = E/I \sqrt{\left(\frac{\Delta_E}{E}\right)^2 + \left(\frac{\Delta_I}{I}\right)^2} = 10 \sqrt{\left(\frac{0,1}{30}\right)^2 + \left(\frac{0,05}{3}\right)^2} = 0,169\,967\,3 \approx 0,17.$$

Похибка визначення  $r$

$$\Delta_r = \sqrt{0,17^2 + 0,1^2} = 0,197\,230\,82 \approx 0,20 \text{ Ом.}$$

Результат опосередкованого вимірювання:

$$r = (4,00 \pm 0,20) \text{ Ом.}$$

**37** Вольтметр ( $k_V = 2,5$ , шкала  $0..150 \text{ В}$ ) із власним опором  $R_V = (50,0 \pm 0,1) \text{ кОм}$ , ввімкнений через додатковий опір  $R_D = (120,0 \pm 0,2) \text{ кОм}$  (рис. П.21), показує  $U_V = 100 \text{ В}$ . Визначити напругу джерела струму  $U_0$ .

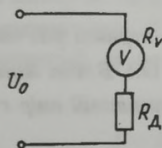


Рис. П.21

### Розв'язання

Інструментальна похибка вольтметра

$$\Delta_V = k_V U_{Vн} / 100 = 2,5 \cdot 150 / 100 = 3,75 \text{ В.}$$

Струм крізь вольтметр при  $U = 100 \text{ В}$

$$I_V = U_V / R_V = 100 / 50\,000 = 0,002 \text{ А.}$$

Напруга джерела струму

$$U_0 = I_V (R_V + R_D) = 0,002 (50\,000 + 120\,000) = 340 \text{ В.}$$

Похибка визначення  $I_V$

$$\Delta_{I_V} = I_V \sqrt{\left(\frac{\Delta_V}{U_V}\right)^2 + \left(\frac{\Delta_{R_V}}{R_V}\right)^2} = 0,002 \sqrt{\left(\frac{3,75}{100}\right)^2 + \left(\frac{0,1}{50}\right)^2} = 0,00\,075\,106\,59 \approx 0,000\,075.$$

Похибка визначення  $R_V + R_A$

$$\Delta_1 = \sqrt{0,1^2 + 0,2^2} = 0,223\ 606\ 79 \approx 0,223\ 6.$$

Похибка визначення  $U_0$

$$\begin{aligned}\Delta_{U_0} &= U_0 \sqrt{\left(\frac{\Delta_{I_V}}{I_V}\right)^2 + \left(\frac{\Delta_1}{R_V + R_A}\right)^2} = 340 \sqrt{\left(\frac{0,000\ 075}{0,002}\right)^2 + \left(\frac{0,223\ 6}{170}\right)^2} = \\ &= 12,757\ 84 \approx 13\ \text{В}.\end{aligned}$$

Результат опосередкованого вимірювання напруги:

$$U_0 = (340 \pm 13)\ \text{В}.$$

**38**

Джерело струму замикають перший раз на опір  $R_1 = (9,0 \pm 0,1)\ \text{Ом}$ , другий раз — на опір  $R_2 = (4,0 \pm 0,1)\ \text{Ом}$ . В обох випадках на опорах розсіюється однакова потужність. Обчислити внутрішній опір  $r$  джерела.

### Розв'язання

У першому випадку струм  $I_1 = E/(r + R_1)$ , у другому  $I_2 = E/(r + R_2)$ .

Потужності  $P_1 = I_1^2 R_1$  та  $P_2 = I_2^2 R_2$ . Оскільки  $P_1 = P_2$ , то

$$\frac{E^2 R_1}{(r + R_1)^2} = \frac{E^2 R_2}{(r + R_2)^2};$$

$$R_1(r + R_2)^2 = R_2(r + R_1)^2;$$

$$\sqrt{R_1}(r + R_2) = \sqrt{R_2}(r + R_1).$$

Звідси

$$r(\sqrt{R_1} - \sqrt{R_2}) = R_1\sqrt{R_2} - R_2\sqrt{R_1} = \sqrt{R_1 R_2}(\sqrt{R_1} - \sqrt{R_2}),$$

тому

$$r = \sqrt{R_1 R_2}.$$

Найімовірніше значення  $r$

$$A_r = \sqrt{R_1 R_2} = \sqrt{9 \cdot 4} = 6\ \text{Ом}.$$

Похибка результату опосередкованого вимірювання

$$\Delta_r = A_r \sqrt{\left(\frac{1}{2} \frac{\Delta_1}{R_1}\right)^2 + \left(\frac{1}{2} \frac{\Delta_2}{R_2}\right)^2} = 6 \sqrt{\left(\frac{1}{2} \frac{0,1}{9}\right)^2 + \left(\frac{1}{2} \frac{0,1}{4}\right)^2} =$$
$$= 0,082\,073\,814 \approx 0,08 \text{ Ом.}$$

Результат опосередкованого вимірювання:

$$r = (6,00 \pm 0,08) \text{ Ом.}$$

39

Під час опосередкованого вимірювання опору  $R$  на постійному струмі показ вольтметра  $U_V = 42,5 \text{ В}$ , показ амперметра  $I_A = 0,72 \text{ А}$ . Вольтметр має клас точності  $k_V = 1,5$  та шкалу  $0 \dots 50 \text{ В}$ ; амперметр — клас точності  $k_A = 0,5$  та шкалу  $0 \dots 1 \text{ А}$ . Визначити опір  $R$ . Врахувати, що власний опір вольтметра  $R_V$  нескінченно великий, а власний опір амперметра  $R_A \approx 0$ . Тому формула зв'язку:

$$R = U/I.$$

### Розв'язання

Інструментальні похибки приладів:

$$\Delta_V = k_V U_{\text{н}} / 100 = 1,5 \cdot 50 / 100 = 0,75 \text{ В;}$$

$$\Delta_A = k_A I_{\text{н}} / 100 = 0,5 \cdot 1 / 100 = 0,05 \text{ А.}$$

Найімовірніше значення опору

$$A_R = 42,5 / 0,72 = 59,027\,77 \text{ Ом.}$$

Похибка обчислення

$$\Delta_R = A_R \sqrt{\left(\frac{\Delta_V}{U_V}\right)^2 + \left(\frac{\Delta_A}{I_A}\right)^2} = A_R \sqrt{\left(\frac{0,75}{42,5}\right)^2 + \left(\frac{0,005}{0,72}\right)^2} =$$
$$= 1,119\,419\,3 \approx 1,0 \text{ Ом.}$$

Результат опосередкованого вимірювання:

$$R = (59,0 \pm 1,0) \text{ Ом.}$$



40

У разі вмикання в електричне коло провідника діаметром  $d = (0,51 \pm 0,01)$  мм та завдовжки  $l = (47 \pm 1)$  см на ньому становить  $U_V = 1,2$  В (вольтметр класу точності  $k_V = 1,5$  зі шкалою 0...3 В) за струму  $I_A = 1$  А (амперметр класу точності  $k_A = 0,5$  зі шкалою 0...2,5 А). Знайти питомий опір  $\rho$  матеріалу провідника. Вихідні дані для формули зв'язку:

$$R = \rho (l/s); \quad s = \pi d^2/4; \quad R = U/I.$$

### Розв'язання

Формула зв'язку:

$$\rho = \frac{R s}{l} = \frac{U_V \pi d^2}{I_A \cdot 4l}.$$

Інструментальні похибки приладів:

$$\Delta_V = 1,5 \cdot 3/100 = 0,045 \text{ В};$$

$$\Delta_A = 0,5 \cdot 2,5/100 = 0,0375 \text{ А}.$$

Найімовірніше значення  $\rho$

$$A_\rho = \frac{1,2\pi \cdot 0,51^2}{1 \cdot 4 \cdot 47 \cdot 10^{-2}} = 0,521 \text{ 571 19 Ом} \cdot \text{м}.$$

Похибка обчислення

$$\begin{aligned} \Delta_\rho &= A_\rho \sqrt{\left(\frac{\Delta_V}{U_V}\right)^2 + \left(2 \frac{\Delta_d}{d}\right)^2 + \left(\frac{\Delta_A}{I_A}\right)^2 + \left(\frac{\Delta_l}{l}\right)^2} = \\ &= A_\rho \sqrt{\left(\frac{0,045}{1,2}\right)^2 + \left(2 \frac{0,01}{0,51}\right)^2 + \left(\frac{0,0375}{1}\right)^2 + \left(\frac{1}{47}\right)^2} = \\ &= 0,036 \text{ 147 035} \approx 0,04. \end{aligned}$$

Результат опосередкованого вимірювання:

$$\rho = (0,52 \pm 0,04) \text{ Ом} \cdot \text{м}.$$

Матеріал провідника — константан.

**41**

Опір одиниці довжини мідного дроту  $R/l = R_1 = (2,23 \pm 0,04)$  Ом/м. Визначити питомий електричний опір  $\rho$  міді. Діаметр дроту  $d = (0,10 \pm 0,01)$  мм. Взяти  $\pi = 3,141\,592$  б. Формула зв'язку: оскільки  $R = \rho (l/s)$ , то

$$\rho = R(s/l) = R_1 (\pi d^2/4).$$

### Розв'язання

Найімовірніше значення  $\rho$

$$A_\rho = \frac{2,23 \pi \cdot 0,1^2}{4} = 0,017\,514\,378 \text{ Ом} \cdot \text{м}.$$

Похибка обчислення  $\rho$

$$\begin{aligned} \Delta_\rho &= A_\rho \sqrt{\left(\frac{\Delta_{R_1}}{R_1}\right)^2 + \left(2 \frac{\Delta_d}{d}\right)^2} = \\ &= A_\rho \sqrt{\left(\frac{0,04}{2,23}\right)^2 + \left(2 \frac{0,01}{0,1}\right)^2} = 0,003\,516\,935 \approx 0,004. \end{aligned}$$

Результат опосередкованого вимірювання:

$$\rho = (0,018 \pm 0,004) \text{ Ом} \cdot \text{м}.$$

**42**

Визначити опір  $R$  мідного дроту, маса якого  $m = (1,005 \pm 0,001)$  кг, а площа поперечного перерізу  $s = (0,12 \pm 0,02)$  мм<sup>2</sup>. Густина міді  $\gamma = (8,9 \pm 0,1)10^3$  кг/м<sup>3</sup>, її питомий опір  $\rho = (0,018 \pm 0,004)$  Ом·м. Вихідні дані для формули зв'язку:

$$R = \rho (l/s); \quad \gamma = m/V = m/(ls).$$

### Розв'язання

Оскільки  $l = m/(\gamma s)$ , то

$$R = \frac{\rho m}{\gamma s^2}.$$

Найімовірніше значення опору

$$A_R = \frac{0,018 \cdot 1,005 \cdot 10^6}{8,9 \cdot 10^3 \cdot 0,12^2} = 141,151\,68 \text{ Ом}.$$

$$\begin{aligned} \Delta_R &= A_R \sqrt{\left(\frac{\Delta_p}{p}\right)^2 + \left(\frac{\Delta_m}{m}\right)^2 + \left(\frac{\Delta_\gamma}{\gamma}\right)^2 + \left(2\frac{\Delta_s}{s}\right)^2} = \\ &= A_R \sqrt{\left(\frac{0,004}{0,018}\right)^2 + \left(\frac{0,001}{1,005}\right)^2 + \left(\frac{0,1}{8,9}\right)^2 + \left(2\frac{0,02}{0,12}\right)^2} = \\ &= 56,570\,146 \approx 6 \cdot 10 \text{ Ом.} \end{aligned}$$

Результат опосередкованого вимірювання опору:

$$R = (14 \pm 6) \text{ Ом.}$$

**43** Обчислити еквівалентний опір у разі вмикання двох опорів  $R_1 = (12,3 \pm 0,5)$  та  $R_2 = (16,4 \pm 0,5)$  Ом послідовно або паралельно (рис. П.22).

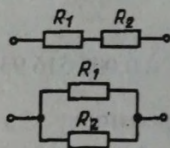


Рис. П.22

### Розв'язання

У разі послідовного вмикання

$$A'_e = R_1 + R_2 = 12,3 + 16,4 = 28,7 \text{ Ом;}$$

$$\Delta'_e = \sqrt{\Delta_1^2 + \Delta_2^2} = \sqrt{0,5^2 + 0,5^2} = 0,707\,106\,78 \approx 0,7 \text{ Ом.}$$

Результат:

$$R'_e = (28,7 \pm 0,7) \text{ Ом.}$$

У разі паралельного вмикання

$$A''_e = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} = \frac{12,3 \cdot 16,4}{28,7} = 7,028\,571\,4 \text{ Ом;}$$

$$\Delta''_e = A''_e \sqrt{\left(\frac{\Delta_1}{R_1}\right)^2 + \left(\frac{\Delta_2}{R_2}\right)^2 + \left(\frac{\Delta'_e}{R_1 + R_2}\right)^2} =$$

$$= A_e'' \sqrt{\left(\frac{0,5}{12,3}\right)^2 + \left(\frac{0,5}{16,4}\right)^2 + \left(\frac{0,7}{28,7}\right)^2} = 0,395\,993\,92 \approx 0,4 \text{ Ом.}$$

Результат:

$$R_e'' = (7,0 \pm 0,4) \text{ Ом.}$$